Шифр: 10-10

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап

2019/2020
Ленинградская область

Район Гатчинский

Школа №9

Класс 10

ФИО Федирко́

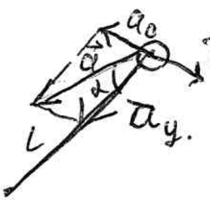
Дмитрий Николаевич.

Чистовик №1

Задача №1.

1	2	3	4	5	
10	4	1	1	0	16

10-10



Ускорение шарика складывается из центростремительного ускорения равного $\frac{v^2}{l}$, где l - длина нити, и ускорения, обусловленного сопротивлением воздуха a_0, равного $-Kv$, где K - некоторый коэффициент. И так,

$$a\cos\alpha = \frac{v_0^2}{l} \qquad v_0 = \sqrt{al\cos\alpha}$$

$$a_0 = a\sin\alpha. \qquad v_0 K = a\sin\alpha \qquad \sqrt{al\cos\alpha}\,K = a\sin\alpha$$

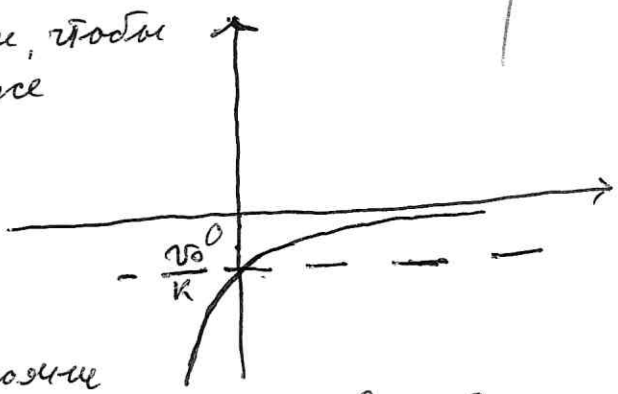
$$K = \sqrt{\frac{a}{l\cos\alpha}}\,\sin\alpha.$$

Теперь рассмотрим изменение скорости шарика

$$v' = -Kv \qquad v = v_0 e^{-Kt} \quad S = \int v\,dt = -\frac{v_0}{K}e^{-Kt} + C$$

С подбираем таким образом, чтобы при $t=0$, расстояние так же равнялось 0. Тогда

$$S = -\frac{v_0}{K}e^{-Kt} + \frac{v_0}{K}$$



Шарик будет очень долго тормозить и проедет расстояние $\frac{v_0}{K}$. Угол поворота в радианах равен $\frac{S}{l}$

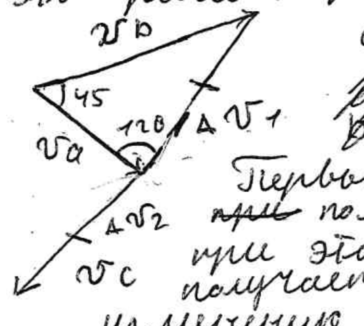
$$\varphi = \frac{v_0}{Kl} = \frac{\sqrt{al\cos\alpha}}{\sqrt{\frac{a}{l\cos\alpha}}\sin\alpha\, l} = ctg\,\alpha$$

10

Ответ: $\varphi = ctg\,\alpha$.

Задача №2.

Массы шариков равны, поэтому при обмене импульсами изменения их скоростей одинаковы по значению, но направлены в разные стороны. Зная это рассмотрим вариант с траекторией а



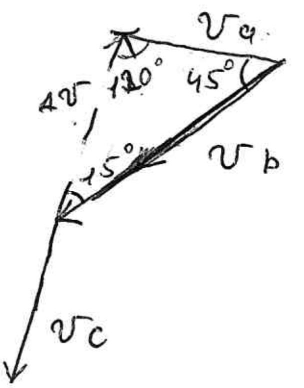
~~очевидно что скорость по траектории~~ b

Первый шар после столкновения получает скорость v_b, при этом второй шар получает скорость v_c, равную изменению скорости первого шара.

~~По углам „треугольника" очевидно, что v_c в больше~~

По углам „треугольника" скоростей очевидно, что v_b больше чем v_a, т. е. закон сохранения энергии нарушается, что невозможно.

Закон сохранения энергии также нарушается и в случае с траекторией c. Остаётся вариант с траекторией b.



Найдём v_a и v_c по теореме синусов

$$\frac{v_b}{\sin 120^\circ} = \frac{v_a}{\sin 15} \qquad v_a = \frac{2}{\sqrt{3}} v_b \sin 15$$

$$\frac{v_b}{\sin 120^\circ} = \frac{v_c}{\sin 45^\circ} \qquad v_c = v_b \sqrt{\frac{2}{3}}$$

После столкновения шайбы двигаются равнозамедленно. И расстояние, которое каждая шайба пройдёт до остановки, равно $\frac{v_0^2}{2a}$. Поэтому отношение пройденных расстояний равно отношению квадратов скоростей после столкновения и равно

$$\frac{v_c^2}{v_a^2} = \frac{1}{\sqrt{2}\sin^2 15}$$

Воспользуемся законом сохранения энергии, чтобы найти количество выделившейся теплоты.

$$v_b^2 = 2Q + v_c^2 + v_a^2$$

$$v_b^2 = 2Q + \frac{2}{3} v_b^2 + \frac{4}{3}\sin^2 15\, v_b^2$$

$$Q = \frac{v_b^2}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\sin^2 15\right) = \frac{v_b^2}{6}\left(1 - 4\sin^2 15\right) \approx$$

+2

Примечание.

Если предположить, что шары столкнулись „другими боками" и первый ушёл по траектории c, а второй по a, то ничего не изменится. v_a и v_c останутся такими же.

Чистовик №2

10-10

Задача №3

$pV = \nu RT$

$pV = \frac{m}{M}RT$

Температура остаётся неизменной, поэтому давление будет пропорционально объёму и массе газообразного CO_2.

$$p = p_0 \frac{V_0}{V}\frac{m}{m_0}$$, где V_0 - начальный объём, а m_0 - начальная масса нерастворённого газа.

~~$V = \frac{h}{2}S$~~ $V = HS$, где H - высота поршня над водой.

$m = m_0 - \Delta m_р$, где $\Delta m_р$ - ~~m~~ изменение массы растворённого газа.

1 $m_р = pK$, где K - некоторый коэффициент.

$m_{р0}$ - растворённая масса при нормальном давлении.

$m_{р0} = p_0 K$

$$p = p_0 \frac{h}{2H}\frac{m - pK}{m - p_0K}$$

И так.

$$m_0 g = \Delta P_1 S = S\left(p_0 \frac{h}{2(h/2 - \Delta h_1)}\frac{m - p_1K}{m - p_0K} - p_0\right)$$

$$2m_0 g = \Delta P_2 S = S\left(p_0 \frac{h}{2(h/2 - \Delta h_1 - \Delta h_2)}\frac{m - pK}{m - p_0K} - p_0\right)$$

$$\frac{h}{h/2 - \Delta h_1}\cdot\frac{m - p_1K}{m - p_0K} = \frac{h}{2(h/2 - \Delta h_2)}\frac{m - p_2K}{m - p_0K}$$

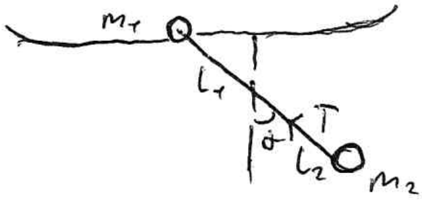
$$\frac{m - p_1K}{h/2 - \Delta h_1} = \frac{m - p_2K}{2(m - p_0K)\,2(h/2 - \Delta h_2)}$$

$$\frac{m - p_1K}{3,44} = \frac{m - p_2K}{4,66}$$

$$p_1 = p_0 \frac{h}{2(h/2 - \Delta h_1)}\frac{m - p_1K}{m - p_0K} \qquad p_1 = p_0\frac{10}{6,88}\frac{m - p_1K}{m - p_0K}$$

$$p_2 = p_0 \frac{h}{2(h/2 - \Delta h_1 - \Delta h_2)}\frac{m - p_2K}{m - p_0K} \qquad p_2 = p_0\frac{10}{4,66}\frac{m - p_2K}{m - p_0K}$$

Задача № 4. 1



Во время вращения разность силы тяжести и силы Архимеда действующих на погружённый шарик остаются прежними, поэтому вертикальная проекция T должна быть равна T_0. $T\cos\alpha = T_0$

~~Вс~~ Горизонтальная проекция T равна центростремительному ускорению действующему на каждый из шаров.

$T\sin\alpha = m_1\omega^2 l_1$

$T\sin\alpha = m_2\omega^2(l - l_1)$

$T = T_0/\cos\alpha$

$T\sin\alpha = m_2\omega^2 l - m_2\omega^2 l_1$

$$l_1 = \frac{-T\sin\alpha + m_2\omega^2 l}{m_2\omega^2}$$

$$T_0\,tg\,\alpha = \frac{m_1(m_2\omega^2 l - T_0\,tg\,\alpha)}{m_2}$$

$$T_0\,tg\,\alpha\,(m_2 + m_1) = m_1 m_2\omega^2 l$$

$$\omega = \sqrt{T_0\,tg\,\alpha\,\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2 l}}$$

Ответ: $T = T_0/\cos\alpha$; $\omega = \sqrt{T_0\,tg\,\alpha\,\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2 l}}$

1

18